

Графоаналитический метод приближенных вычислений структурной надежности сложных систем

ISSN 1996-8493

DOI:10.54234/CST.19968493.2022.19.2.72

© Технологии гражданской безопасности, 2022

М.И. Савельев

Рассматривается проблема определения структурной надежности сложных систем. Известные модельные, аналитический и логико-вероятностный методы не всегда применимы для расчета структурной надежности систем большой размерности. В качестве альтернативы предлагается разработанный автором статьи достаточно простой в употреблении графоаналитический метод приближенных вычислений структурной надежности сложных информационно-управляющих систем в условиях чрезвычайной ситуации.

Ключевые слова: аналитический метод; графоаналитический метод; логико-вероятностный метод; сложная информационно-управляющая система; структурная надежность; вероятная достижимость; зависимые и независимые пути на графе; чрезвычайная ситуация.

Graphoanalytic Method of the Complex Systems Structural Reliability Approximate Calculations

ISSN 1996-8493

DOI:10.54234/CST.19968493.2022.19.2.72

© Civil Security Technology, 2022

M. Savelyev

Abstract

The problem of determining complex systems structural reliability is considered. Well-known model, analytical and logical-probabilistic methods are not always applicable for calculating the structural reliability of large-dimensional systems. As an alternative, a graphoanalytic approximate calculations method of complex information and control systems structural reliability in an emergency situation developed by the author of the article is proposed.

Key words: analytical method; graphoanalytical method; logical-probabilistic method; complex information and control system; structural reliability; probable reachability; dependent and independent paths on the graph; emergency.

20.04.2022

Проблема структурной надежности сложных систем. При исследовании сложных информационно-управляющих систем, подобных системе антикризисного управления РСЧС (СКУ РСЧС), возникает потребность в оценке их структурной надежности применительно к различным условиям чрезвычайных ситуаций. В этих условиях успешность защиты населения и территорий определяется ее структурной надежностью и эффективностью функционирования в контуре управления силами и средствами РСЧС.

Получение достоверных оценок надежности таких систем не всегда соответствуют потребностям их эксплуатации, что требует построения расчетных математических моделей [1], позволяющих описать и исследовать систему в виде структурной схемы и наблюдать за изменением работоспособности системы в зависимости от состояния ее элементов.

В случае, когда связи между элементами системы представляются в виде параллельно-последовательных структур, имеется возможность получить точную оценку показателей структурной надежности системы на основе аналитических зависимостей (формул). Однако получение точных оценок структурной надежности сложных систем аналитическим методом не всегда возможно из-за трудностей отображения системы в виде параллельно-последовательной структуры.

В отсутствие такой возможности используются приближенные методы структурных преобразований с зависимыми элементами. Расчет надежности системы осуществляется методом разложения Шеннона-Мура, сведя анализируемую структуру к последовательно-параллельным соединениям относительно базового элемента и (или) методом преобразования структуры типа «треугольник» в структуру типа «звезда» и, наоборот, соблюдая при этом условие несовместимости событий в системе отказа элемента по «обрыву» или «замыканию», или «работоспособному состоянию». Реализация этих методов осложняется выбором базовых элементов, относительно которых производится разложение, или алгоритмическими трудностями подбора узла системы сложной конфигурации на узел более простой конфигурации [2, 3].

Выходом из создавшегося положения является разработка близкого по точности к аналитическому методу логико-вероятностных методов исследования структурно-сложных систем. В основу этих методов положены работа П. С. Порецкого [4] по решению общей задачи теории вероятностей при помощи математической логики посредством перехода от логических равенств к алгебраическим выражениям. Дальнейшее развитие данного метода получило в трудах И. А. Рябинина и его последователей [5, 6] с использованием функции алгебры логики, когда логические связи элементов системы можно представить как операции над двоичными переменными: логического умножения (конъюнкции), отрицания логического умножения, логического сложения (дизъюнкции), отрицания логического сложения.

Во избежание полного перебора в работах [1, 6] предложен способ ортогонализации дизъюнктивной

нормальной формы (ОДНФ). Посредством правила де Моргана логическое умножение позволит выразить через отрицание логической суммы из инверсных высказываний, а логическую сумму — через отрицание логического произведения из инверсных высказываний. В результате сокращается число перестановок при расчете структурной надежности системы от количества вершин расчетного графа способом ОДНФ по отношению к методу с базовым элементом, что наглядно проиллюстрировано соответствующими графиками на рис. 1.

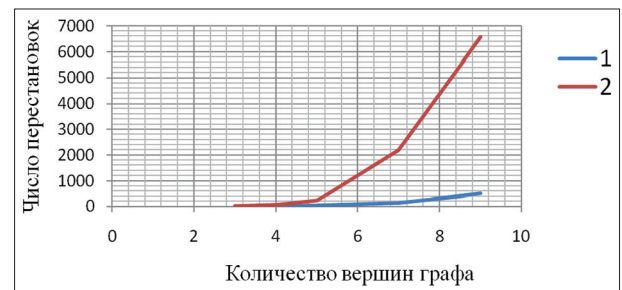


Рис. 1. Число перестановок в методах расчета структурной надежности системы от количества вершин расчетного графа (1 — способом ОДНФ; 2 — с базовым элементом)

Однако применение способа ОДНФ также критично к расчету структурной надежности большой сложности, особенно на предварительном этапе разработки программных алгоритмов для реализации логико-вероятностного метода на ЭВМ.

В качестве альтернативы рассмотренным выше методам при решении проблемы расчета структурной надежности сложных систем предлагается разработанный автором достаточно простой в употреблении графоаналитический метод приближенных вычислений структурной надежности сложных систем, относящихся к классу информационно-управляющих систем.

Математические соотношения графоаналитического метода. Метод базируется на теории управления, теории графов и аналитических подходов к расчету структурной надежности технических систем. При выборе оптимальной структуры информационно-управляющих систем типа СКУ РСЧС одним из основных критериев ее работоспособности в условиях ЧС по предназначению является надежность передачи сообщения от управляющего к управляемому элементу в соответствии с иерархией построения системы.

Прежде чем перейти к описанию графоаналитического метода необходимо дать определение графа с зависимыми и независимыми путями.

Определение. Граф $G_c = (A_c, X_c)$, содержащий более двух путей между произвольной парой вершин, в которых хотя бы одна дуга (ребро) принадлежит как одному, так и другому пути, является графом $G_{c3} = (A_{c3}, X_{c3})$ с непараллельно-последовательной структурой типа **Н**, с зависимыми (пересекающимися) путями, а при отсутствии на путях таких дуг — графом $G_{cn} = (A_c, X_{cn})$ с параллельной структурой типа **П**, с независимыми (непересекающимися) путями.

Приведенное определение не исключает топологию графа, содержащего подграфы типа **H** и **П** как с зависимыми, так и независимыми путями между вершинами графа (см. рис. 2).

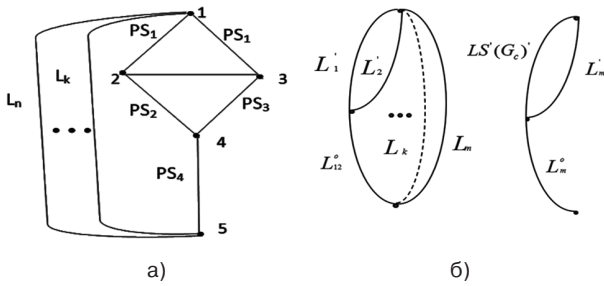


Рис. 2. Топология графа с зависимыми и независимыми путями для оценки структурной надежности графоаналитическим методом (а — по аналитической формуле; б — итерационным способом)

Сущность предлагаемого графоаналитического метода приближенных вычислений структурной надежности сложных систем представлена формулировкой утверждения.

Утверждение. Если граф $G_{c3} = (A_{c3}, X'_{c3})$ типа **H** с вероятными по надежности вершинами $P(A_c) = 1$ и не менее двумя зависимыми по вероятной достижимости путями $L_i \cap L_j \neq \emptyset$ из $i, j \in K$ возможных путей между произвольной начальной A_n и конечной A_k парой вершин, и данный граф можно представить эквивалентным графом $G_{cn} = (A_{cn}, X'_{cn})$ типа **П** с условно независимыми вероятными путями $L_i \cap L_j = \emptyset$ между A_n и A_k вершинами, то структурная надежность расчетного графа $G_{c3} = (A_{c3}, X'_{c3})$ типа **H** определяется структурной надежностью эквивалентного ему графа $G_{cn} = (A_{cn}, X'_{cn})$ типа **П** в соответствии с соотношением:

$$LS_{нк} = (1 - (1 - L_i)(1 - L_j)) - \Delta L_0 \quad (1)$$

посредством вычитания поправки ΔL_0 :

$$\Delta L_0 = \prod_m^M PS_m \prod_n^N PS_n PS_o (1 - PS_o); PS_m \in L_i;$$

$$PS_n \in L_j; PS_o \in L_i \cap L_j; \forall m = \overline{1, M}, \forall n = \overline{1, N},$$

образованной произведением вероятностей наличия дуг PS_m, PS_n и PS_o , входящих в L_i и L_j пути на вероятность отсутствия общей дуги (дуг) PS_o для L_i и L_j путей.

Данное утверждение аналитически доказано. В статье доказательство утверждения не приводится. Ниже его справедливость показана результатами расчета структурной надежности системы, полученными графоаналитическим методом по интегральной аналитической формуле и итерационным способом.

В соответствии с условием утверждения и учетом поправки структурную надежность системы произвольной топологии представляется возможным определять по формуле:

$$LS_{нк} = (1 - \prod_n (1 - L_n) \prod_k (1 - L_k)) - \Delta L_0(L_k); \forall n = \overline{1, N}, \forall k = \overline{1, K}, \quad (2)$$

где:

L_n — множество независимых путей на подграфе с независимыми путями между двумя произвольными вершинами основного взвешенного графа;

L_k — множество зависимых путей на подграфе с зависимыми путями между двумя произвольными вершинами расчетного графа;

$$\Delta L_0(L_k) = \prod_k L_k L_0 (1 - L_0) \text{ — поправка учитывает}$$

общие зависимые по вероятной достижимости дуги $L_0(L_k)$ на L_k зависимых путях между двумя произвольными вершинами графа.

Математическое выражение (2) представляет собой интегральную аналитическую формулу расчета структурной надежности сложной системы произвольной конфигурации с множеством вершин и дуг (см. рис. 2а).

Модификация метода итерационным способом.

С целью исключения трудностей для графа типа **H** с большим количеством пересечений (рис. 2б) разработана модификация графоаналитического метода для расчета надежности системы итерационным способом. В его основу также положен механизм внесения в формулу (3) поправки пересечения двух смежных путей в каждой итерации.

$$LS_{нк} = (1 - \prod_n (1 - L_n) \prod_k (1 - L_k)) - \Delta L_0(L_k). \quad (3)$$

На первой итерации рассчитывается интегральная надежность подграфа первыми двумя смежными путями. Затем на каждом шаге итерации берется следующий смежный путь с учетом интегральной надежности графа предыдущих шагов.

Реализация метода осуществляется итерационным способом на основе математических соотношений (4):

$$\begin{aligned} r = 2 : LS(L_{12}) &= (1 - (1 - L_1)(1 - L_2)) - L'_1 L'_2 L^0_{12} (1 - L^0_{12}); \\ r = k : LS(L_{\overline{1, k-1, k}}) &= (1 - (1 - LS(L_{\overline{1, k-1}}))(1 - L_k)) - LS'(L'_{\overline{1, k-1}}) L'_k L^0_{\overline{1, k-1, k}} (1 - L^0_{\overline{1, k-1, k}}); \\ r = m : LS(L_{\overline{1, m-1, m}}) &= (1 - (1 - LS(L_{\overline{1, m-1}}))(1 - L_m)) - LS'(L'_{\overline{1, m-1, m}}) L'_m L^0_{\overline{1, m-1, m}} (1 - L^0_{\overline{1, m-1, m}}), \end{aligned} \quad (4)$$

где:

$LS(L_{\overline{1, k-1, k}}) = LS(G_c)$ — интегральная надежность расчетного графа с зависимыми путями между начальной и конечной вершинами по завершении $r = k$ -итерации;

L_k — вероятный по достижимости путь между начальной и конечной вершинами графа;

$LS'(L'_{\overline{1, k-1}})$ — интегральная надежность графа до пересечения с L_k — путем на $r = k$ -итерации;

$L_{1,k-1,k}^0$ — вероятный по достижимости путь с общими дугами, принадлежащими как $L_{1,k-1}$, так и L_k путям на $r = k$ -итерации.

По своей сути на каждом шаге итерации осуществляется поглощение очередного смежного пути с весами дуг, образующими эти пути. В результате на последнем шаге определяются интегральная структурная надежность расчетного графа произвольной топологии с зависимыми путями между произвольными вершинами.

В целях апробации и иллюстрации работоспособности предложенного графоаналитического метода ниже приводится пример для расчета структурной надежности сегмента сложной информационно-управляющей системы.

Пример расчета надежности системы графоаналитическим методом в модификациях: интегральной аналитической и итерационной. Для расчета рассматривается связный ориентированный граф на рис. 3, отображающий условный сегмент структуры СКУ РСЧС как сложной системы с мостиковыми фрагментами и структуру типа «звезда».

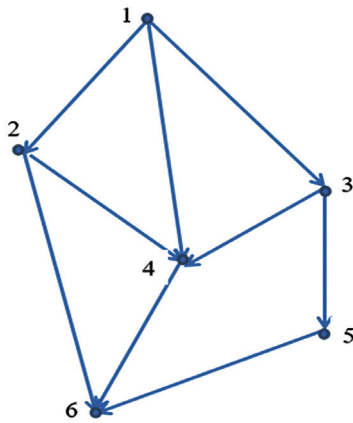


Рис. 3. Расчетный граф

На графе заданы начальная (1) и конечная (6) вершины с наличием путей L_1-L_5 между ними. Варианты значений по вероятностной достижимости дуг заданы произвольно в табл. 1, а путей L_1-L_5 расчетным путем — в табл. 2.

Результаты расчета структурной надежности системы, отображенные на графе на рис. 3, полученные графоаналитическим методом по интегральной аналитической формуле (2) и итерационным способом согласно математическим соотношениям (4), приведены в табл. 3.

Интегральная и итерационная оценки структурной надежности системы на графе, отображенном на рис. 3, отличаются друг от друга на десятую и менее долю процента, что указывает на возможность практического применения разработанного графоаналитического метода.

Выводы в качестве заключения

1. Разработанный графоаналитический метод определения структурной надежности систем дает возможность проводить структурную оптимизацию сложных информационно-управляющих систем типа СКУ РСЧС произвольной топологии и большой размерности, что позволит снизить риски по защите населения и территорий от поражающих факторов чрезвычайной ситуации.

2. Расчет структурной надежности сложной информационно-управляющей системы, топология которой отображается расчетным графом типа **H**, содержащего зависимые пути между произвольной парой вершин, производится путем преобразования графа с зависимыми путями в граф типа **П** с условно независимыми путями и последующей оценкой его надежности согласно аналитической формуле для параллельной структуры за вычетом поправки, образованной произведением вероятностей наличия всех дуг

Варианты значений вероятностной достижимости дуг

Таблица 1

Вероятность наличия связи между вершинами графа	
Дуги	PS ₁₂ PS ₂₆ PS ₂₄ PS ₁₄ PS ₄₆ PS ₁₃ PS ₃₄ PS ₃₅ PS ₅₆
	0,95 0,9 0,95 0,9 0,9 0,95 0,9 0,95 0,9
	0,95 0,7 0,95 0,9 0,7 0,95 0,9 0,95 0,7
	0,95 0,5 0,95 0,9 0,5 0,95 0,9 0,95 0,5
	0,95 0,3 0,95 0,9 0,3 0,95 0,9 0,95 0,3
	0,95 0,1 0,95 0,9 0,1 0,95 0,9 0,95 0,1

Варианты значений вероятностной достижимости путей L_1-L_5

Таблица 2

Пути	Дуги	Варианты				
		1	2	3	4	5
L_1	PS ₁₂ PS ₂₆	0,855	0,665	0,475	0,285	0,095
L_2	PS ₁₂ PS ₂₄ PS ₄₆	0,812	0,632	0,451	0,271	0,09
L_3	PS ₁₄ PS ₄₆	0,81	0,63	0,45	0,27	0,009
L_4	PS ₁₃ PS ₃₄ PS ₄₆	0,77	0,599	0,428	0,257	0,086
L_5	PS ₁₃ PS ₃₅ PS ₅₆	0,812	0,632	0,451	0,271	0,09

Сравнительные результаты оценки структурной надежности системы графоаналитическим методом в его модификациях

Структурная надежность 1–5 вариантов	Методы		Сходимость результатов абсолютная	Сходимость результатов относительная, %
	Интегральный	Итерационный		
РН1	0,99904	0,99932	–0,00028	0,028
РН2	0,98989	0,99079	–0,0009	0,090
РН3	0,94810	0,94741	0,00069	0,069
РН4	0,79316	0,79421	–0,00105	0,100
РН15	0,376665	0,376017	0,00063	0,063

в зависимых путях, на вероятность отсутствия общих дуг в этих зависимых путях.

3. Сходимость результатов интегральной и относительной оценки структурной надежности сложных

систем разработанным графоаналитическим методом отражает практическую потребность в точности проведения таких расчетов.

Литература

1. *Викторова В.С.* Модели и методы расчета надежности технических систем / В.С. Викторова, А.С. Степанянц. М.: ЛЕНАНД, 2016. 256 с.
2. Надежность технических систем и техногенный риск / В.А. Акимов, В.Л. Лапин, В.М. Попов, В.А. Пучков и др. М.: ЗАО ФИД «Деловой экспресс», 2002. 368 с.
3. Надежность технических систем: Справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др. / Под ред. И.А. Ушакова. М.: Радио и связь, 1985. 608 с.
4. *Порецкий П.С.* Решение общей задачи теории вероятностей при помощи математической логики // Собрание протоколов

- 60-го заседания секции физико-математических наук общества естествоиспытателей при Казанском университете, Казань, 1886, С. 1-34. [Электронный ресурс] // Общероссийский математический портал «Math-Net.Ru». URL: <http://www.mathnet.ru/links/9efdf9ec4c72e47c67d8f68e27bae84c/trspy838.pdf> (дата обращения: 20.01.2022).
5. *Рябинин, И.А., Черкесов Г.Н.* Логико-вероятностные методы исследования надежности структурно-сложных систем. М.: Радио и связь, 1981. 264 с.
6. *Рябинин И.А.* Автоматизированное моделирование надежности структурно-сложных систем из элементов с тремя несомкнутыми состояниями / И.А. Рябинин, А.В. Струков // Труды СПИИРАН. 2014. Вып. 3(34). С. 89–111.

Сведения об авторе

Савельев Михаил Иванович: к.т.н., ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), вед. н. с. науч.-исслед. отд. Москва, Россия. SPIN-код: 9830-6419.

Information about author

Savelyev Mikhail I.: PhD (Technical Sc.), All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Leading Researcher, Research Department. Moscow, Russia. SPIN-scientific: 9830-6419.

Издания ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ)

Авторы, название	URL
<i>Батырев В.В. и др.</i> Основы индивидуальной защиты человека от опасных химических и радиоактивных веществ. Монография	http://elibrary.ru/item.asp?id=25637877
<i>Глебов В.Ю. и др.</i> Научно-практический комментарий к федеральному закону от 21 декабря 1994 г. № 68-ФЗ «О защите населения и территорий от чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера». Издание 2-е, переработанное и дополненное	http://elibrary.ru/item.asp?id=30601450
<i>Артамонов В.С. и др.</i> Гражданская оборона. Учебник	http://elibrary.ru/item.asp?id=26496217
<i>Акимов В.А. и др.</i> Защита населения и территорий Российской Федерации в условиях изменения климата	http://elibrary.ru/item.asp?id=26013124
<i>Воронов С.И. и др.</i> Страхование от чрезвычайных ситуаций. Монография	http://elibrary.ru/item.asp?id=26244052
<i>Степанов В.Я.</i> Чернобыль: взгляд сквозь годы. Выпуск 6. Сер. Звезда Чернобыля	http://elibrary.ru/item.asp?id=25889316
Настольная книга руководителя гражданской обороны. Изд. 3-е, актуализ. и дополн.	https://elibrary.ru/item.asp?id=29123709
<i>Мануйло О.Л. и др.</i> Справочник руководителя гражданской обороны	http://elibrary.ru/item.asp?id=26175476