

## Модель оценки вероятности своевременной ликвидации чрезвычайной ситуации

ISSN 1996-8493

DOI:10.54234/CST.19968493.2023.20.1.75

© Технологии гражданской безопасности, 2023

М.И. Ломакин, А.В. Докукин, В.Б. Мошков, И.Ю. Олтян, Ю.М. Ниязова

### Аннотация

Рассматривается задача оценки вероятности своевременной ликвидации ЧС при неполных данных о случайной величине времени ликвидации чрезвычайной ситуации и критического времени развития ЧС, представленных ограниченными выборками. На основе имеющихся выборок значений времени ликвидации ЧС и критического времени развития ЧС определяются выборочные моменты распределения. Оценка вероятности своевременной ликвидации ЧС находится с использованием результатов решения проблемы моментов как гарантированная (нижняя) на множестве функций распределения с заданными моментами.

**Ключевые слова:** чрезвычайная ситуация; время ликвидации; случайная величина; функция распределения; моменты распределения.

## Model for Assessing the Probability of Emergency Situation Timely

ISSN 1996-8493

DOI:10.54234/CST.19968493.2023.20.1.75

© Civil Security Technology, 2023

M. Lomakin, A. Dokukin, V. Moshkov, I. Oltyan, Yu. Niyazova

### Abstract

The problem of estimating the probability of timely emergency response with incomplete data on the random value of the emergency response time and the critical time of emergency development, represented by limited samples, is considered. Based on the available time valuesamples of emergency response and the critical time of emergency development, the sample moments of distribution are determined. The probability of timely emergency response is estimated using the results of solving the problem of moments as guaranteed (lower) on the set of distribution functions with specified moments.

**Key words:** emergency situation; liquidation time; random variable; distribution function; moments of distribution.

08.12.2022

Составной частью системы государственного управления в сфере национальной безопасности Российской Федерации, реализации мер по развитию системы предупреждения чрезвычайных ситуаций (ЧС) и повышению эффективности реагирования на них является совершенствование единой государственной системы предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций (РСЧС) [1, 2].

Эффективность развития РСЧС существенно зависит от «внедрения новых подходов по предупреждению ЧС на потенциально опасных и критически важных объектах, в том числе за счет создания условий для развития систем автоматического мониторинга технического состояния производственных фондов и их интеграции в комплексную систему обеспечения безопасности жизнедеятельности населения субъекта Российской Федерации» [2]. Такие подходы предполагают выполнение комплекса аналитических мероприятий по анализу возможных ЧС и оценке готовности органов управления и сил РСЧС к их своевременной ликвидации. В этой связи представляется актуальной задача оценки вероятности своевременной ликвидации ЧС.

В ряде работ авторов [3–5] предложена модель оценки ущерба от чрезвычайных ситуаций. «Эта модель базируется на следующих положениях. Пусть возникла чрезвычайная ситуация, ущерб от которой зависит от времени ее развития следующим образом: если время ликвидации  $\zeta$  чрезвычайной ситуации не превышает величину некоторого критического времени  $\tau$ , то ущерб составит величину  $c_1$ , в противном случае ущерб составит существенно большую величину  $c_2$ , т.е.  $c_2 \gg c_1$ . В общем случае критическое время для каждой чрезвычайной ситуации  $\tau$ , является случайной величиной, время ее ликвидации  $\zeta$  также является случайной величиной. Каждая из этих величин определяется большим числом не всегда детерминированных факторов, поэтому утверждение о случайности этих величин является вполне правомерным» [3].

Вероятность того, что случайное время ликвидации ЧС  $\zeta$  меньше критического времени ЧС  $\tau$ , назовем вероятностью своевременной ликвидации ЧС:

$$P_{sv} = P(\zeta < \tau). \quad (1)$$

В настоящее время принято выделять несколько стадий или фаз развития ЧС. Обычно выделяют четыре стадии развития ЧС:

- стадия зарождения ЧС;
- стадия инициирования или начала ЧС;
- стадия кульминации процесса ЧС;
- стадия затухания ЧС [6, 7].

Независимо от выделяемых стадий развития ЧС критическое время развития ЧС можно представить в виде двух составляющих: детерминированной составляющей и собственно случайной составляющей. Обозначим детерминированную составляющую  $d\tau$ , случайную составляющую —  $s\tau$ , тогда соотношение (1) можно переписать в виде:

$$P_{sv} = P(\zeta < d\tau + s\tau) = P(\zeta - s\tau < d\tau). \quad (2)$$

Задача состоит в определении вероятности своевременной ликвидации ЧС — вероятности того, что случайное время ликвидации ЧС  $\zeta$  меньше критического времени ЧС  $\tau$   $P_{sv} = P(\zeta < \tau)$ .

При известных функциях распределения времени ликвидации ЧС и критического времени ЧС эта задача может быть решена, например, с помощью имитационного моделирования соответствующих случайных величин и последующего нахождения искомой вероятности своевременной ликвидации ЧС. Однако, как правило, функции распределения времени ликвидации ЧС и критического времени развития ЧС не известны, а известны только ограниченные малые выборки значений соответствующих случайных величин, по которым нельзя идентифицировать исходные распределения.

Цель настоящей статьи — разработка модели оценки вероятности своевременной ликвидации ЧС при условии, что информация о времени ликвидации ЧС и критическом времени ЧС представлена ограниченными выборками.

Пусть  $\zeta v = (\zeta v_1, \zeta v_2, \dots, \zeta v_{n\zeta}) \in R^{n\zeta}$  — выборка значений времени ликвидации ЧС,  $stv = (stv_1, stv_2, \dots, stv_{nst}) \in R^{nst}$  — выборка значений случайной составляющей критического времени развития ЧС. Элементы выборки  $\zeta v_i > 0$  есть независимые, одинаково распределенные величины из некоторого неизвестного распределения  $F(t)$ ; элементы выборки  $stv_i > 0$  есть независимые, одинаково распределенные величины из некоторого неизвестного распределения  $G(t)$ . Выборки  $\zeta v$ ,  $stv$  являются конечными выборками малого объема, по которым невозможно восстановить исходные распределения  $F(t)$  и  $G(t)$ .

Определим на основе выборок  $\zeta v$ ,  $stv$  начальные моменты (далее — моменты) соответствующих случайных величин:

$$\mu_{j\zeta} = \frac{1}{n\zeta} \sum_{i=1}^{n\zeta} \zeta v_i^j; \mu_{jst} = \frac{1}{nst} \sum_{i=1}^{nst} stv_i^j; j = \overline{1, m}; m > 0. \quad (3)$$

Далее определим множество функций распределения  $F_0$ , у которых моменты распределения равны выборочным моментам  $\mu_{j\zeta}$ , и множество функций распределения  $G_0$ , у которых моменты распределения равны выборочным моментам  $\mu_{jst}$ , т.е.

$$F_0 = \{F(t) : \int_0^{\infty} t^j dF(t) = \mu_{j\zeta}, j = \overline{1, m}; m > 0\}. \quad (4)$$

$$G_0 = \{G(t) : \int_0^{\infty} t^j dG(t) = \mu_{jst}, j = \overline{1, m}; m > 0\}. \quad (5)$$

Вследствие того, что имеется неполная информация о времени ликвидации чрезвычайной ситуации и о критическом времени развития ЧС, это приводит к необходимости нахождения гарантированных (нижних и верхних) оценок вероятности своевременной ликвидации ЧС.

Задача нахождения гарантированных оценок вероятности своевременной ликвидации ЧС может быть сформулирована следующим образом: найти нижние и верхние оценки вероятности  $P_{sv}(\zeta - s\tau < d\tau)$  при условии, что функция распределения времени ликвидации

ЧС принадлежит множеству функций распределения  $F_0$ , а случайная составляющая критического времени развития ЧС принадлежит множеству функций распределения  $G_0$ , т.е. найти  $P_{svH}$  и  $P_{svB}$ , что

$$\begin{aligned} P_{sv} &= \min_{F(t) \in F_0; G(t) \in G_0} P(\beta < d\tau); \\ P_{sv2} &= \max_{F(t) \in F_0; G(t) \in G_0} P(\beta < d\tau). \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотрим для определенности задачу нахождения нижней оценки вероятности своевременной ликвидации ЧС. Для этого необходимо найти моменты случайной величины  $\beta = \xi - s\tau$ . При этом учтем, что случайные величины  $\xi^i$  и  $s\tau^j$  являются независимыми для любых  $i$  и  $j$ , для этих случайных величин корреляционный момент равен нулю. Моменты случайной величины  $\beta$  в этом случае будут определяться по формуле бинома Ньютона для разностей, в которой в качестве исходных величин используются соответствующие моменты, т.е.:

$$\begin{aligned} \mu_{j\beta} &= M((\xi - s\tau)^j) = \sum_{i=0}^j (-1)^i C_j^i M(\xi^{j-i}) M(s\tau^i) = \\ &= \sum_{i=0}^j (-1)^i C_j^i \mu_{(j-i)\xi} \mu_{i\tau}, j = \overline{1, m}; m > 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Найдя моменты распределения случайной величины  $\beta$ , определим множество функций распределения  $H_0$ , у которых моменты распределения равны моментам  $\mu_{j\beta}$ :

$$H_0 = \left\{ H(t) : \int_0^\infty t^j dH(t) = \mu_{j\beta}, j = \overline{1, q}; q > 0. \right\} \quad (8)$$

Тогда вместо задачи нахождения нижней оценки вероятности своевременной ликвидации ЧС можно перейти к задаче определения гарантированных (нижних) оценок вероятности своевременной ликвидации ЧС на множестве распределений  $H_0$ . Необходимо определить нижние (гарантированные) оценки вероятности  $P_{svH} = P(\beta < d\tau)$  на множестве  $H_0$ , т.е. найти:

$$P_{sv} = \min_{H(t) \in H_0} P(\beta < d\tau). \quad (9)$$

Решение последней задачи получено в работах авторов [8, 9] и состоит в следующем.

Утверждение [8, 9]. Наименьшее значение интеграла

$$J = \int_0^{d\tau-0} Q(t) dH(t) \quad (10)$$

на множестве функций распределения  $H_0$  достигается на единственном ступенчатом распределении  $H(t)$ , у которого величины скачков в точках роста  $t_j$  равны  $p_j$  и среди точек роста  $t_1, t_2, \dots, t_v$  имеется точка  $d\tau$ :

при  $n$  нечетном число точек роста  $v$  функции распределения  $H(t)$  определяется соотношением  $v = (n + 3)/2$ , причем,  $0 = t_1 < t_2 < \dots < t_v < \infty$ ;

при  $n$  четном число точек роста  $v$  функции распределения  $H(t)$  определяется соотношением  $v = n/2 + 1$ , причем,  $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_v < \infty$ ;

числа  $p_j$  и  $t_j$  удовлетворяют системе уравнений:

$$\sum_{j=1}^v p_j t_j^i = \mu_i, (i = \overline{0, n}). \quad (11)$$

$n+1$ -я производная подинтегральной функции  $Q(t)$  должна быть неотрицательной.

В нашем случае  $Q(t) = 1$  и, следовательно,  $n+1$ -я ее производная не отрицательна. Тогда соотношение (10) можно записать в виде:

$$J = \int_0^{d\tau-0} Q(t) dH(t) = \int_0^{d\tau-0} dH(t) = H(d\tau - 0). \quad (12)$$

Для двух моментов  $\mu_1$  и  $\mu_2$ . (здесь и далее, где это не вызывает разночтений индекс  $\beta$  опущен) соотношение для нижней оценки получено в работе [9]:

$$\begin{aligned} P_{svH} &= H(\tau - 0) = 0, d\tau \leq \mu_1. \\ P_{sv} &= H(\tau - 0) = \frac{(\mu_1 - d\tau)^2}{(\mu_1 - d\tau)^2 + \mu_2 - \mu_1^2}, d\tau > \mu_1. \end{aligned} \quad (13)$$

Пусть известны три момента случайной величины  $\beta$ , тогда уравнения (11) примут вид:

$$\begin{cases} p_1 + p_2 + p_3 = 1, \\ p_2 t_2 + p_3 d\tau = \mu_1, \\ p_2 t_2^2 + p_3 d\tau^2 = \mu_2, \\ p_2 t_2^3 + p_3 d\tau^3 = \mu_3. \end{cases} \quad (14)$$

Решая эти уравнения, находим нижнюю оценку для вероятности своевременной ликвидации ЧС:

$$\begin{aligned} P_{svH} &= H(\tau - 0) = 0, d\tau \leq \mu_1. \\ P_{sv} &= H(\tau - 0) = \\ &= \frac{\mu_1 d\tau^3 + \mu_3 d\tau - 2\mu_2 d\tau^2 - \mu_3 \mu_1 + \mu_2^2}{\mu_1 d\tau^3 + \mu_3 d\tau - 2\mu_2 d\tau^2}, d\tau > \mu_1. \end{aligned} \quad (15)$$

Примеры нахождения нижней оценки вероятности своевременной ликвидации ЧС представлены в таблице.

В таблице все обозначения соответствуют принятым ранее в статье:

в столбцах 1–3 представлены первый, второй и третий моменты случайной величины  $\xi$  — времени ликвидации ЧС;

в столбцах 4–6 представлены первый, второй и третий моменты случайной величины  $s\tau$  — случайной составляющей критического времени развития ЧС;

в столбцах 7–9 представлены первый, второй и третий моменты случайной величины  $\beta$ ;

в столбце 10 — величина  $d\tau$ ;

в столбце 11 — нижняя оценка вероятности своевременной ликвидации ЧС.

Таким образом, в настоящей статье предложена модель оценки вероятности своевременной ликвидации ЧС при неполных данных о случайной величине времени ликвидации чрезвычайной ситуации и критического времени развития ЧС, представленных ограниченными малыми выборками. Критическое время развития ЧС представлено в виде двух составляющих: детерминированной и случайной. На основе имеющихся выборок значений времени ликвидации ЧС и случайной составляющей критического времени развития ЧС определяются выборочные моменты распределения, находятся моменты распределения случайной величины соответствующей разности случайного времени ликвидации

Таблица

## Нижние оценки вероятности своевременной ликвидации ЧС

$\mu_{1\zeta}$	$\mu_{2\zeta}$	$\mu_{3\zeta}$	$\mu_{1\sigma}$	$\mu_{2\sigma}$	$\mu_{3\sigma}$	$\mu_{1\beta}$	$\mu_{2\beta}$	$\mu_{3\beta}$	$d\tau$	$P_{\text{свн}}$
2	6	18	1	2	6	1	4	6	2	0,167
2	6	18	1	2	6	1	4	6	2,5	0,484
2	6	18	1	2	6	1	4	6	3	0,630
2	6	18	1	2	6	1	4	6	4	0,750
4	8	24	1	2	6	3	2	18	4	0,750
4	8	24	1	2	6	3	2	18	5	0,863
4	8	24	1	2	6	3	2	18	6	0,918
4	8	24	1	2	6	3	2	18	7	0,948

ЧС и случайной составляющей критического времени развития ЧС. Оценка вероятности своевременной ликвидации ЧС находится как оценка вероятности того, что время ликвидации ЧС не превысит критическое

время развития ЧС, с использованием результатов решения проблемы моментов как гарантированная (нижняя) оценка вероятности на множестве функций распределения с заданными моментами.

## Литература

1. Указ Президента Российской Федерации № 400 от 2 июля 2021 г. «О Стратегии национальной безопасности Российской Федерации» [Электронный ресурс] // Портал Президента России. URL: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/47046> (дата обращения: 10.11.2022).
2. Организационно-методические указания по подготовке органов управления, сил гражданской обороны и единой государственной системы предупреждения и ликвидации чрезвычайных ситуаций на 2023 год [Электронный ресурс] // Портал ГАРАНТ.РУ. URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/405822483/> (дата обращения: 10.11.2022).
3. Ломакин М. И., Докукин А. В., Мошков В. Б., Олтян И. Ю., Ниязова Ю. М. Оценка ущерба от чрезвычайных ситуаций // В сб.: «Теория и практика гражданской защиты на страже безопасности жизнедеятельности современного общества». М.: Объединенная редакция, 2022. С. 158–160.
4. Ломакин М. И., Докукин А. В., Мошков В. Б., Олтян И. Ю., Ниязова Ю. М. Оценка ущерба от чрезвычайной ситуации в условиях неполных данных // Технологии гражданской безопасности. 2022. Т. 19. № 3 (73). С. 32–36.
5. Ломакин М. И., Докукин А. В., Мошков В. Б., Олтян И. Ю., Ниязова Ю. М. Методы нахождения величины ущерба от чрезвычайной ситуации в условиях неполных данных // Технологии гражданской безопасности. 2022. Т. 19. № 4 (74). С. 40–43.
6. Михайлов Л. А., Соломин В. П. Чрезвычайные ситуации природного, техногенного и социального характера и защита от них: Учебник для вузов. СПб.: Питер, 2008. 235 с.
7. Акимов В. А., Диденко С. Л., Смирнов А. С. Научные основы общей теории жизнедеятельности. М.: ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), 2019. 252 с.
8. Ломакин М. И. Гарантированные оценки вероятности безотказной работы в классе распределений с фиксированными моментами // Известия АН СССР. Автоматика и телемеханика. 1991. № 1. С. 154–161.
9. Lomakin M., Buryi A., Dokukin A., Niyazova J. Strekha A., Balvanovich A. Estimation of quality indicators based on sequential measurements analysis // International Journal for Quality Research. 2020. № 1. Pp. 823–834.

## Сведения об авторах

**Ломакин Михаил Иванович:** д.т.н., д.э.н., проф., ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), гл. н. с. института.  
Москва, Россия.  
SPIN-код: 4943-3724.

**Докукин Александр Владимирович:** д.э.н., ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), гл. н.с. науч.-исслед. центра.  
Москва, Россия.  
SPIN-код: 6402-0280.

**Мошков Владимир Борисович:** к.э.н., доц., ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), зам. начальника института.  
Москва, Россия.  
SPIN-код: 7792-2243.

**Олтян Ирина Юрьевна:** к.т.н., ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), ученый секретарь института.  
Москва, Россия.  
SPIN-код: 3476-5213.

**Ниязова Юлия Михайловна:** к.э.н., ФГБУ ВПО МИИГАиК, доцент.  
Москва, Россия.  
SPIN-код: 9558-1820.

## Information about authors

**Lomakin Mikhail I.:** ScD (Technical Sc., Economic Sc.), Professor, All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Chief Researcher of the Institute.  
Moscow, Russia.  
SPIN-scientific: 4943-3724.

**Dokukin Aleksandr V.:** ScD (Economic Sc.), All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Chief Researcher, Researcher Center.  
Moscow, Russia.  
SPIN-scientific: 6402-0280.

**Moshkov Vladimir B.:** PhD (Economic Sc.), Assistant Professor, All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Deputy Head of the Institute.  
Moscow, Russia.  
SPIN-scientific: 7792-2243.

**Oltyan Irina Yu.:** PhD (Technical Sc.), All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Scientific Secretary of the Institute.  
Moscow, Russia.  
SPIN-scientific: 3476-5213.

**Niyazova Julia M.:** PhD (Economic Sc.), Moscow State University of Geodesy and Cartography, Assistant Professor.  
Moscow, Russia.  
SPIN-scientific: 9558-1820.