

УДК 519.8

Методы нахождения величины ущерба от чрезвычайной ситуации в условиях неполных данных

ISSN 1996-8493

DOI:10.54234/CST.19968493.2022.19.4.74

© Технологии гражданской безопасности, 2022

М.И. Ломакин, А.В. Докукин, В.Б. Мошков, И.Ю. Олтян, Ю.М. Ниязова

Аннотация

Предложены методы нахождения оценки величины ущерба от чрезвычайной ситуации в условиях неполных данных о В статье предложены методы нахождения оценок ущерба от чрезвычайной ситуации в условиях неполных данных о случайной величине времени ликвидации чрезвычайной ситуации, представленных малыми выборками. На основе имеющихся выборок значений времени ликвидации чрезвычайной ситуации определяются выборочные моменты распределения.

Оценка величины ущерба от чрезвычайной ситуации находится как экстремальная (нижняя, верхняя) оценка ущерба на множестве распределений времени ликвидации чрезвычайной ситуации с моментами, равными выборочным моментам. В зависимости от числа используемых моментов предлагаются различные методы нахождения оценки величины ущерба от чрезвычайной ситуации.

Ключевые слова: чрезвычайная ситуация; время ликвидации; оценка ущерба; случайная величина; функция распределения; моменты распределения.

Methods of Finding Damage Assessments from Emergency Situation in Conditions of Incomplete Data

ISSN 1996-8493

DOI:10.54234/CST.19968493.2022.19.4.74

© Civil Security Technology, 2022

M. Lomakin, A. Dokukin, V. Moshkov, I. Oltyan, Yu. Niyazova

Abstract

The article proposes methods for finding damage assessments from emergency situation in conditions of incomplete data on the random value of the emergency response time, represented by small samples. Based on the available samples of emergency response time values, the sample distribution moments are determined.

Assessment of the damage magnitude from emergency situation is found as extreme (lower, upper) damage assessment on a set of distributions of emergency response time with the moments equal to the sample ones. Depending on the number of moments used, various methods of finding estimates of the magnitude damage from an emergency situation are proposed.

Key words: emergency situation; liquidation time; damage assessment; random variable; distribution function; moments of distribution.

21.09.2022

Настоящая статья является продолжением статьи [1], она посвящена вопросам нахождения оценки ущерба от чрезвычайной ситуации в условиях неполных данных. В работе [1] задача оценки ущерба от чрезвычайной ситуации сведена к задаче определения наименьшего (наибольшего) значения определенного интеграла следующего вида:

$$M(U)_{н(в)} = \min(\max)_{F(t) \in F_0} \int_0^{t_m} \varphi(t) dF(t). \quad (1)$$

В последнем соотношении:

$M(U)_{н(в)}$ — нижняя (верхняя) оценка математического ожидания ущерба от чрезвычайной ситуации;

$F(t)$ — функция распределения времени ликвидации чрезвычайной ситуации;

F_0 — множество функций распределения, известных до моментов распределения (функций распределения с заданными моментами);

t_m — заданная величина;

$\varphi(t)$ есть кусочно-непрерывная функция следующего вида:

$$\varphi(t) = \begin{cases} Cc_1 = c_1, & \text{при } 0 \leq t < t_{c_1}; \\ Cc_2 = c_1 + c_2, & \text{при } t_{c_1} \leq t < t_{c_2}; \\ \dots & \dots \\ Cc_k = c_1 + c_2 + \dots + c_k & \text{при } t_{c_{k-1}} \leq t < t_{c_k}. \end{cases}$$

Решение задачи (1) находится по правилу [1–3]: если $n = 2v - 1$, то

$$J_{\min} = \sum_{j=1}^v p_j \varphi(\tau_j), \quad (3)$$

где числа $p_j > 0$ ($j = \overline{1, v}$) и $0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_v < \infty$ определяются из равенств:

$$\sum_{j=1}^v p_j u_i(\tau_j) = m_i, (i = \overline{0, n}). \quad (4)$$

Если $n = 2v - 2$, то минимум интеграла также определяется соотношением (3), числа $p_j > 0$ ($j = \overline{1, v}$) и $0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_v < \infty$ определяются из равенств (4).

J_{\max} при заданных моментах находится по следующему правилу: если $n = 2v - 1$, то

$$J_{\max} = \sum_{j=1}^v p_j \varphi(\tau_j) + cM, \quad (5)$$

где числа $p_j > 0$ ($j = \overline{1, v}$), $M > 0$, и $0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_v < \infty$ определяются из соотношений:

$$\sum_{j=1}^v p_j u_i(\tau_j) = m_i, (i = \overline{0, n-1}); \quad (6)$$

$$\sum_{j=1}^v p_j u_i(\tau_j) + M = m_i, (i = n); \quad (7)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{f(t)}{t^n} \right). \quad (8)$$

Если $n = 2v - 2$, то максимум интеграла также определяется соотношением (5); числа $c, p_j > 0$ ($j = \overline{1, v}$), $M > 0$, $0 < \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_v < \infty$ определяются из равенств (6)–(8).

Далее в статье [1] рассмотрен пример нахождения нижней оценки математического ожидания (среднего ущерба) при двух известных моментах. Оставим в силе все исходные данные статьи [1], а именно:

$$\mu_1 = 10^2 \text{ час}, \mu_2 = 2 * 10^4 \text{ час}^2;$$

на интервале $[0, 0,5\mu_1]$ ущерб равен $c_1 = 10^6$ руб.;

на интервале $[0,5\mu_1, \mu_1]$ ущерб равен $c_2 = 2 * 10^6$ руб.;

на интервале $[\mu_1, 1,5\mu_1]$ ущерб равен $c_3 = 4 * 10^6$ руб.;

на интервале $[1,5\mu_1, 2\mu_1]$ ущерб равен $c_4 = 8 * 10^6$ руб.;

на интервале $[2\mu_1, 2,5\mu_1]$ ущерб равен $c_5 = 15 * 10^6$ руб.

Необходимо найти верхнюю оценку величины ущерба при данных условиях.

Имеем $n = 2, v = 2$, тогда верхняя оценка величины ущерба определится соотношением:

$$M(U)_в = p_1 \varphi(t_1) + p_2 \varphi(t_2) + cM. \quad (9)$$

Числа $p_j > 0$ ($j = 1, 2$), $M > 0$, $0 < t_1 < t_2 < \infty$ определяются из следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} p_1 + p_2 = 1, \\ p_1 t_1 + p_2 t_2 = \mu_1, \\ p_1 t_1^2 + p_2 t_2^2 = \mu_2. \end{cases} \quad (10)$$

Несложно показать, что при $t_i > 1, c = 0$, тогда $M(U)_в$ не зависит от M . В итоге приходим к следующей задаче: найти

$$M(U)_в = p_1 \varphi(t_1) + p_2 \varphi(t_2) \rightarrow \max \quad (11)$$

при условиях:

$$\begin{cases} p_1 + p_2 = 1, \\ p_1 t_1 + p_2 t_2 = \mu_1, \\ p_1 t_1^2 + p_2 t_2^2 < \mu_2. \end{cases} \quad (12)$$

Задача, определяемая соотношениями (11), (12), относится к классу задач нелинейного программирования с кусочно-непрерывной целевой функцией. Попытки ее численного решения с помощью пакетов программ в Excel в пункте «Поиск решения», с помощью «поиска решения нелинейных задач методом ОПГ»¹ [5] и «эволюционного поиска решения» [6] приемлемых результатов не дали.

Для решения этой задачи был применен метод случайного поиска оптимального решения [10–13] с дальнейшим уточнением решения в диалоговом режиме.

Прежде всего из уравнений (12) можно выделить вероятности p_1 и p_2 как функции от t_1 и t_2 :

$$\begin{cases} p_1 = \frac{\mu_1 - t_1}{t_2 - t_1}; \end{cases} \quad (13)$$

¹ Метод ОПГ — метод обобщенного приведенного градиента [7–10].

$$p_2 = \frac{t_2 - \mu_1}{t_2 - t_1}. \quad (14)$$

Из этих соотношений следует, что $t_1 < \mu_1$, $t_2 > \mu_1$, следовательно, для поиска оптимального решения необходимо: генерировать равномерно распределенные случайные числа t_1 в диапазоне от 0 до μ_1 и случайные числа t_2 в диапазоне от μ_1 до $K\mu_1$ (K – целое число, обычно равное 2 или 3) с помощью функции Excel СЛУЧМЕЖДУ (А; В)²; проверять для полученных значений t_1, t_2, p_1, p_2 выполнение условия $p_1 t_1^2 + p_2 t_2^2 < \mu_2$ и определять наиболее предпочтительные значения t_1, t_2 , для которых $M(U)_B$ (соотношение (11)) будет максимальным.

Фрагмент автоматизированного случайного поиска оптимального решения с помощью Microsoft Excel представлен в табл. 1.

В результате в процессе случайного поиска (выполнено более тысячи имитаций) найдено предположительно оптимальное решение (в табл. 1 — строка выделена жирным шрифтом), которое далее уточнено в диалоговом режиме, и получено следующее решение (табл. 2).

В итоге находим величину верхней оценки ущерба от чрезвычайной ситуации:

$$M(U)_B = 15427136 \text{ руб.}$$

Аналогично могут быть рассмотрены примеры нахождения верхней и нижней оценок величины ущерба

от чрезвычайной ситуации при произвольном числе моментов времени ликвидации чрезвычайной ситуации, при этом наибольшую сложность представляет случай, когда необходимо найти верхнюю оценку величины ущерба, а число используемых моментов четное, т. е. $n = 2v - 2$. В этом случае для решения задачи определения верхней оценки величины ущерба от чрезвычайной ситуации (соотношения (5)–(8)) может быть использован метод случайного поиска оптимального решения [8] с дальнейшим уточнением решения в диалоговом режиме. В остальных случаях, когда $n = 2v - 1$ и необходимо найти нижнюю и верхнюю оценки, а также когда $n = 2v - 2$ и необходимо найти нижнюю оценку величины ущерба, решение находится из решения системы уравнений (4) или (6) и (7), соответственно.

В частности, пусть получены значения трех моментов распределения времени ликвидации чрезвычайной ситуации:

$$\mu_1 = 10^2 \text{ час.}; \mu_2 = 2 * 10^4 \text{ час.}^2; \mu^3 = 6 * 10^6 \text{ час.}^3.$$

Необходимо определить верхнюю оценку величины ущерба от чрезвычайной ситуации.

Имеем $n = 2, v = 1$, тогда верхняя оценка величины ущерба определится соотношением:

$$M(U)_B = p_1 f(t_1) + p_2 f(t_2) + cM. \quad (15)$$

Числа $p_j > 0$ ($j = 1, 2$), $M > 0, 0 = t_1 < t_2 < \infty$ определяются из следующей системы уравнений:

Таблица 1

Фрагмент случайного поиска оптимального решения

t_1	t_2	p_1	p_2	$f(t_1)$	$f(t_2)$	$<\mu_2$	$M(U)_B$	$\max M(U)_B$
92	268	0,95	0,05	3000000	30000000	11344	4200000	
95	175	0,94	0,06	3000000	20000000	10375	3800000	
27	122	0,23	0,77	1000000	7000000	11606	5600000	
27	210	0,60	0,40	1000000	30000000	18030	13000000	
17	109	0,10	0,90	1000000	7000000	10747	6400000	
77	123	0,50	0,50	3000000	7000000	10529	5000000	
37	158	0,48	0,52	1000000	20000000	13654	8300000	
59	276	0,81	0,19	3000000	30000000	17216	8100000	
7	201	0,52	0,48	1000000	30000000	19393	15000000	15000000
82	258	0,90	0,10	3000000	30000000	12844	5800000	
63	204	0,74	0,26	3000000	30000000	13848	10000000	
9	282	0,67	0,33	1000000	30000000	26562	11000000	
71	267	0,85	0,15	3000000	30000000	14843	7000000	
72	278	0,86	0,14	3000000	30000000	14984	6700000	
21	110	0,11	0,89	1000000	7000000	10790	6300000	
61	186	0,69	0,31	3000000	20000000	13354	6700000	
87	270	0,93	0,07	3000000	30000000	12210	4900000	
20	157	0,42	0,58	1000000	20000000	14560	9200000	
19	232	0,62	0,38	1000000	30000000	20692	12000000	

Таблица 2

Оптимальное решение

t_1	t_2	p_1	p_2	$f(t_1)$	$f(t_2)$	$<\mu_2$	$M(U)_B$	$\max M(U)_B$
1	200	0,50	0,49	1000000	30000000	19900	15427136	15427136

² Функция Excel СЛУЧМЕЖДУ (А;В) возвращает случайное число (равномерно распределенное) между А и В [6].

$$\begin{cases} p_1 + p_2 = 1, \\ p_2 t_2 = \mu_1, \\ p_2 t_2^2 = \mu_2, \\ p_2 t_2^3 + M = \mu_3. \end{cases} \quad (16)$$

Несложно показать, что при $t_i > 1$, $c = 0$, тогда $M(U)_в$ не зависит от M . В итоге из системы уравнений (16) находим:

$$p_1 = \frac{\mu_2 - \mu_1^2}{\mu_2}, p_2 = \frac{\mu_1^2}{\mu_2}, t_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1}, M = \frac{\mu_1 \mu_3 - \mu_2^2}{\mu_1}. \quad (17)$$

Подставляем численные значения соответствующих величин в соотношение (15), находим величину верхней оценки ущерба от чрезвычайной ситуации:

$$M(U)_в = 1550000 \text{ руб.}$$

В последнем примере все оценки получены в аналитическом виде, однако при числе моментов, большем трех, величина ущерба от чрезвычайной ситуации определяется численно либо как решение системы нелинейных уравнений вида (4), либо как решение

нелинейной оптимизационной задачи с помощью метода случайного поиска.

Таким образом, в настоящей статье предложены методы нахождения оценки ущерба от чрезвычайной ситуации в условиях неполных данных о случайной величине времени ликвидации чрезвычайной ситуации, представленных малыми выборками. На основе имеющихся выборок значений времени ликвидации чрезвычайной ситуации определяются выборочные моменты распределения. В зависимости от числа используемых моментов оценка величины ущерба от чрезвычайной ситуации находится либо как решение системы нелинейных уравнений с дальнейшим использованием полученного решения для определения величины ущерба как некоторой линейной свертки, весами в которой выступают определенные вероятности распределения (экстремального) времени ликвидации чрезвычайной ситуации, либо как решение нелинейной оптимизационной задачи с ограничениями в виде равенств и неравенств, задаваемых моментами распределения времени ликвидации чрезвычайной ситуации, с помощью метода случайного поиска.

Литература

1. Ломакин М.И., Докукин А.В., Мошков В.Б., Олтян И.Ю., Ниязова Ю.М. Оценка ущерба от чрезвычайной ситуации в условиях неполных данных // Технологии гражданской безопасности. 2022. № 3. С. 32–36.
2. Крейн М.Г., Нудельман А.А. Проблема моментов Маркова и экстремальные задачи (Идеи и проблемы П.Л. Чебышева и А.А. Маркова и их дальнейшее развитие). М.: Наука, 1973. 551 с.
3. Ломакин М.И., Ниязова Ю.М., Докукин А.В., Злыднев М.И., Гарин А.В. Оценка качества бизнес-процессов предприятия в условиях неполных данных // Технология машиностроения., 2021. № 8. С. 54–60.
4. Каштанов В.А. О минимаксных стратегиях при ограничениях на моменты распределений // В кн. «Основные вопросы теории и практики надежности». М.: Сов. Радио. 1980, с. 143–154.
5. Метод обобщенного приведенного градиента [Электронный ресурс] // Сайт НТУУ «КПІ». URL: <http://iasa.org.ua/lections/iso/6/6.7.htm> (дата обращения: 12.10.2022).
6. Минько А.А. Принятие решений с помощью Excel. Просто как дважды два. М.: Эксмо, 2007. 240 с.
7. Аттеков А.В., Галкин С.В., Зарубин В.С. Методы оптимизации. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. 440 с.
8. Струченков В.И. Методы оптимизации в прикладных задачах. М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2009. 320 с.
9. Харчистов Б.Ф. Методы оптимизации: Учеб. пособ. Таганрог: ТРТУ, 2004. 140 с.
10. Орлов А.И. Организационно-экономическое моделирование: теория принятия решений: Учебник. М.: КНОРУС, 2011. 568 с.
11. Феррапонтов М.М., Крицына Н.А., Деев Д.Л. Моделирование случайных воздействий на ЭВМ. М.: МИФИ, 1995. 120 с.
12. Шалыгин А.С. Моделирование случайных процессов и полей. СПб.: БГТУ, 1997. 130 с.
13. Аоки М. Введение в методы оптимизации. Основы и приложения нелинейного программирования. М.: Наука, 1977. 343 с.

Сведения об авторах

Ломакин Михаил Иванович: д.т.н., д.э.н., проф., ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), г. н. с. института.
Москва, Россия.
SPIN-код: 4943-3724.

Докукин Александр Владимирович: д.э.н., ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), г. н. с. науч.-исслед. центра.
Москва, Россия.
SPIN-код: 6402-0280.

Мошков Владимир Борисович: к.э.н., доц., ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), зам. начальника института.
Москва, Россия.
SPIN-код: 7792-2243.

Олтян Ирина Юрьевна: к.т.н., ФГБУ ВНИИ ГОЧС (ФЦ), ученый секретарь.
Москва, Россия.
SPIN-код: 3476-5213.

Ниязова Юлия Михайловна: к.э.н., ФГБУ ВПО МИИГАиК, доц.
Москва, Россия.
SPIN-код: 9558-1820.

Information about authors

Lomakin Mikhail I.: ScD (Technical Sc., Economic Sc.), Professor, All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Chief Researcher of the Institute.
Moscow, Russia.
SPIN-scientific: 4943-3724.

Dokukin Aleksandr V.: ScD (Economic Sc.), All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Chief Researcher, Researcher Center.
Moscow, Russia.
SPIN-scientific: 6402-0280.

Moshkov Vladimir B.: PhD (Economic Sc.), All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Deputy Head of the Institute.
Moscow, Russia.
SPIN-scientific: 7792-2243.

Oltyan Irina Yu.: PhD (Technical Sc.), All-Russian Research Institute for Civil Defense and Emergencies, Scientific Secretary.
Moscow, Russia.
SPIN-scientific: 3476-5213.

Niyazova Julia M.: PhD (Economic Sc.), Moscow State University of Geodesy and Cartography, Assistant Professor.
Moscow, Russia.
SPIN-scientific: 9558-1820.